

2023 年成人高考高起点升专、本科

《数学（文科）》复习资料

2023 年 9 月

目 录

成人高等学校招生统一考试数学（文）全真模拟试卷（一）.....	1
成人高等学校招生统一考试数学（文）全真模拟试卷（二）.....	5
成人高等学校招生统一考试数学（文）全真模拟试卷（三）.....	10
成人高等学校招生统一考试数学（文）全真模拟试卷（四）.....	15
成人高等学校招生统一考试数学（文）全真模拟试卷（五）.....	22
2019 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题.....	29
2020 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题.....	34
2021 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题.....	39
2022 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题.....	44
成人高等学校招生统一考试数学（文）全真模拟试卷（一）参考答案.....	50
成人高等学校招生统一考试数学（文）全真模拟试卷（二）参考答案.....	52
成人高等学校招生统一考试数学（文）全真模拟试卷（三）参考答案.....	53
成人高等学校招生统一考试数学（文）全真模拟试卷（四）参考答案.....	55
成人高等学校招生统一考试数学（文）全真模拟试卷（五）参考答案.....	57
2019 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题参考答案.....	59
2020 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题参考答案.....	63
2021 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题参考答案.....	65
2022 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题参考答案.....	67

成人高等学校招生统一考试数学(文)全真模拟试卷(一)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 85 分)

一、选择题:本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

- 不等式 $x - 3 < 2x + 5 < 7$ 的解集是 ()
(A) $x > -8$ (B) $x < 1$
(C) $-8 < x < 1$ (D) $-4 < x < 2$
- 方程 $x^2 + y^2 + 4kx - 2y + 5k = 0$ 表示的曲线是圆,则 k 的取值范围是 ()
(A) $(-3, 2)$ (B) $(-3, 12)$
(C) $(-\infty, \frac{1}{4}) \cup (1, +\infty)$ (D) $(12, +\infty)$
- 计划在某画廊展出 10 幅不同的画,其中 1 幅水彩画,4 幅油画,5 幅国画,排成一横行陈列,要求同一品种的画必须排在一起,并且水彩画不放在两端,那么不同的陈列方法有 ()
(A) $P_4^4 \cdot P_5^5$ 种 (B) $P_2^2 \cdot P_4^4 \cdot P_5^5$ 种
(C) $C_3^1 \cdot P_4^4 \cdot P_5^5$ 种 (D) $P_3^3 \cdot P_4^4 \cdot P_5^5$ 种
- $x > 2$ 是 $x > 4$ 的 ()
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 设 α 是第二象限角,且 $|\cos \frac{\alpha}{2}| = -\cos \frac{\alpha}{2}$, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 是 ()
(A) 第一象限角 (B) 第二象限角
(C) 第三象限角 (D) 第四象限角
- $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} - \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 等于 ()
(A) 0 (B) 1 (C) n (D) $n+1$
- 若全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, b, d\}$, $N = \{b\}$, 则 $C_U M \cup N$ 为 ()
(A) $\{b\}$ (B) $\{a, b\}$ (C) $\{a, b, d\}$ (D) $\{b, c, e\}$
- 已知直线 l 与直线 $3x - 2y + 1 = 0$ 垂直, 则 l 的斜率为 ()
(A) $\frac{3}{2}$ (B) $-\frac{3}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{2}{3}$

9. 从一副 52 张扑克牌中,任抽一张得到黑桃的概率是 ()
- (A) $\frac{1}{52}$ (B) $\frac{1}{13}$
(C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$
10. $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[6]{6}$ 的大小关系是 ()
- (A) $\sqrt[6]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$ (B) $\sqrt[3]{3} < \sqrt{2} < \sqrt[6]{6}$
(C) $\sqrt[6]{6} < \sqrt[3]{3} < \sqrt{2}$ (D) $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3} < \sqrt[6]{6}$
11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_{2n-1} = 4n^2 - 2n + 1$ 则 S_n 等于 ()
- (A) $n^2 + n$ (B) $n^2 + n + 1$
(C) $4n^2 + 1$ (D) $4n^2 - 2n$
12. 设椭圆 $\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 过点 $(-2, \sqrt{3})$, 则其焦距是 ()
- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $2\sqrt{3}$
(C) $4\sqrt{5}$ (D) $4\sqrt{3}$
13. 已知 $f(2^x) = x^2 + 1$, 则 $f(1)$ 的值为 ()
- (A) 2 (B) 1
(C) 0 (D) 3
14. 下列函数中在区间 $(-\infty, 0)$ 上是增函数的是 ()
- (A) $f(x) = x^2 - 4x + 8$ (B) $g(x) = ax + 3 (a \geq 0)$
(C) $h(x) = -\frac{2}{x+1}$ (D) $s(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x)$
15. 设 $\log_4(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}) + \log_4(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})$ 的值等于 ()
- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{3}$
(C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$
16. 如果直线 $y = ax + 2$ 与直线 $y = 3x - b$ 关于直线 $y = x$ 对称, 那么 ()
- (A) $a = \frac{1}{3}, b = 6$ (B) $a = \frac{1}{3}, b = -6$
(C) $a = 3, b = -2$ (D) $a = 3, b = 6$
17. 已知 $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 0, \cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0$, 那么 $\cos(\beta - \gamma)$ 的值为 ()
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$
(C) 1 (D) -1

第 II 卷(非选择题 共 65 分)

二、填空题:本大题共 4 小题;每小题 4 分,共 16 分.把答案填在题中横线上.

18. 函数 $y = 2\cos x - \cos 2x$ 的最大值是_____.

19. 从一个班级中任取 18 名学生,测得体育成绩如下(单位:分)

81 76 85 90 82 79 84 86 83

80 79 96 90 81 82 87 81 83

样本方差等于_____.

20. 已知 $|a| = 2$, $|b| = \sqrt{5}$, $a \cdot b = -3$, 则 $|a - 2b| =$ _____.

21. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,已知 $C = 90^\circ$, $c = 2\sqrt{3}$, $b = 3$, 则 $B =$ _____.

三、解答题:本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理,演算步骤.

22. (本小题满分 12 分)

已知三角形的顶点是 $A(-2, 3)$, $B(2, -3)$, $C(3, 2)$, 求 AC 边上的中线长度.

23. (本小题满分 12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1 的等差数列,数列 $\{b_n\}$ 是首项为 1 的等比数列,又 $c_n =$

$$a_n - b_n (n \in \mathbf{N}), \text{ 且 } c_2 = \frac{1}{6}, c_3 = \frac{2}{9}, c_4 = \frac{7}{54}.$$

(1) 求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式与前 n 项和公式;

(2) 用数学归纳法证明: 当 $n \geq 5$ 时, $c_n < 0$.

24. (本小题满分 12 分)

有甲、乙两种商品, 经营销售这两种商品所能获得的利润依次是 P 和 Q (万元), 它们与投入资金 x (万元) 的关系有经验公式: $P = \frac{1}{5}x$, $Q = \frac{3}{5}\sqrt{x}$, 今有 3 万元资金投入经营甲、乙两种商品, 为获得最大利润, 对甲、乙两种商品的资金投入分别应为多少? 能获得多大利润?

25. (本小题满分 13 分)

已知 P 点在圆 $x^2 + y^2 + 8x + 15 = 0$ 上, Q 点在椭圆 $9x^2 + y^2 = 9$ 上.

(1) 求 P 点到椭圆准线的最大, 最小距离;

(2) 求 $|PQ|$ 的最大值及取得最大值时 Q 点的坐标.

成人高等学校招生统一考试数学(文) 全真模拟试卷(二)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 85 分)

一、选择题:本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 函数 $y = x^2 + 2x$ 与 $y = x^2 - 2x$ 的图像 ()
(A) 关于 x 轴对称 (B) 关于 y 轴对称
(C) 关于原点对称 (D) 关于 x 轴和 y 轴都不对称
2. 已知 $a > b, ab \neq 0$, 那么 ()
(A) $a^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{2}{3}}$ (B) $a^{\frac{1}{3}} > b^{\frac{1}{3}}$
(C) $a^{-1} < b^{-1}$ (D) $a^{-2} < b^{-2}$
3. A, B, C, D, E 五人并排站成一排,如果 B 必须站在 A 的左边(A, B 可以不相邻),那么不同的排法共有 ()
(A) 24 种 (B) 60 种
(C) 90 种 (D) 120 种
4. 下列命题是真命题的是 ()
(A) $3 > 2$ 且 $-1 < 0$
(B) 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $A = \emptyset$
(C) 方程 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 0$ 的解是 $x = 1$ 或 $y = -1$
(D) 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 = -1$
5. 在 $\triangle ABC$ 中, $b = 7, c = 5, a = 4$, 这个三角形是 ()
(A) 钝角三角形 (B) 直角三角形
(C) 锐角三角形 (D) 不能推判上述结论
6. 函数 $f(x) = (x-1)(x-3)$ 的最小值是 ()
(A) -4 (B) 0 (C) -1 (D) -3
7. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $C_U A \cup C_U B$ 等于 ()
(A) $\{0\}$ (B) $\{0, 1\}$
(C) $\{0, 1, 4\}$ (D) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
8. 函数 $y = \sin \frac{x}{2} \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})$ 的最小正周期是 ()

- (A) 4π (B) 2π (C) π (D) $\frac{\pi}{2}$

9. 设 $a = \frac{1}{\log_4 3} + \frac{1}{\log_7 3}$ 则 a 的取值范围是 ()

- (A) $1 < a < 2$ (B) $2 < a < 3$
(C) $3 < a < 4$ (D) $4 < a < 5$

10. 已知函数 $f(3x) = \log_2(9x^2 + 6x + 1)$, 那么 $f(1)$ 的值为 ()

- (A) 4 (B) 2
(C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

11. 已知平行线 $3x + 2y - 6 = 0$ 和 $6x + 4y - 3 = 0$, 则与这两条平行线距离相等的点的轨迹是 ()

- (A) $3x + 2y - 4 = 0$ (B) $3x + 2y - 5 = 0$
(C) $6x + 4y - 9 = 0$ (D) $12x + 8y - 15 = 0$

12. $y = (1 + x^2)^2$ 的导数是 ()

- (A) $4x^3 + 4x + 1$ (B) $x^3 + 4x$
(C) $4x^3 + 2x$ (D) $4x^3 + 4x$

13. 已知角 $\alpha = 3$, 则 α 的终边在 ()

- (A) 第一象限 (B) 第二象限
(C) 第三象限 (D) 第四象限

14. 若双曲线 $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ 上一点 P 到右焦点的距离为 8, 则 P 点到左准线的距离是 ()

- (A) $\frac{96}{5}$ (B) $\frac{56}{5}$
(C) $\frac{32}{5}$ (D) $\frac{24}{5}$

15. 任选一个不大于 20 的正整数, 它恰好是 3 的整数倍的概率是 ()

- (A) $\frac{3}{20}$ (B) $\frac{1}{4}$
(C) 0.3 (D) 0.2

16. 已知数列 $\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \sqrt{15}, \dots$, 则 $5\sqrt{3}$ 是它的 ()

- (A) 第 18 项 (B) 第 19 项
(C) 第 20 项 (D) 第 21 项

17. 已知椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上一点 P 到椭圆一个焦点的距离为 3, 则 P 到另一个焦点的距离为 ()

- (A) 2 (B) 3
(C) 5 (D) 7

第 II 卷(非选择题 共 65 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分,把答案填在题中横线上.

18. 已知等腰三角形顶角的余弦值是 $-\frac{3}{5}$, 则其底角的正弦值为_____.

19. 从一个班级中任取 10 名学生做英语口语测试, 成绩如下(单位:分)

76 90 84 86 81 87 86 82 85 83

样本方差等于_____.

20. 由函数 $y = \sqrt{x+1}$ 的图像 C 平移向量 $\mathbf{a} =$ _____, 得到 $y = \sqrt{x}$ 的图像 C_1 , 再由 C 平移向量 $\mathbf{b} = (2, -1)$ 得到的图像 C_2 的函数解析式是_____.

21. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_n > 0$, $a_2 \cdot a_4 + 2a_3 \cdot a_5 + a_4 \cdot a_6 = 25$, 那么 $a_3 + a_5$ 的值等于_____.

三、解答题:本大题共 4 小题,共 49 分,解答应写出推理,演算步骤.

22. (本小题满分 12 分)

已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的图像 C 与 x 轴有两个交点, 它们之间距离为 6, C 的对称轴方程为 $x = 2$ 且 $f(x)$ 有最小值 -9 , 求

(1) a, b, c 的值;

(2) 如果 $f(x)$ 不大于 7, 求对应 x 的取值范围.

23. (本小题满分 12 分)

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 与 a_n 的关系有 $S_n = \frac{1}{3}a_n - 2$, 且 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n (n \in \mathbf{N})$

(1) 求数列的 a_1, a_2, a_3, a_4 ;

(2) 试推导出通项公式, 并用数学归纳法证明.

24. (本小题满分 12 分)

某工厂生产商品 A, 若每件定价为 80 元, 则每年可销售 80 万件, 政府税务部门对市场销售的商品 A 要征收附加税, 为了增加国家收入又要利于生产发展与市场活跃, 必须合理确定征税的税率, 根据调查分析, 当政府对商品 A 征收附加税为 $P\%$ (即每销售 100 元时, 应收 P 元) 时, 则每年销售量将减少 $10P$ 万件, 根据上述情况, 若税务部门对此商品 A 每年所征收的税金要求不少于 96 万元, 求 P 的取值范围.

25. (本小题满分 13 分)

已知曲线 $C: x^2 + y^2 - 4ax + 2ay - 20 + 20a = 0$

- (1) 证明不论 a 取何值, 曲线 C 必过定点, 并求定点坐标;
- (2) 当 $a \neq 2$ 时, 证明曲线是一个圆, 且圆心在一条直线上.

成人高等学校招生统一考试数学(文) 全真模拟试卷(三)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 85 分)

一、选择题:本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分,在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知公差为 $\frac{1}{2}$,且 $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{99} = 60$,则 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{99} + a_{100}$ 等于 ()
(A)120 (B)145 (C)150 (D)170
2. 经过点 $B(0,3)$ 且与直线 $x + 2y - 3 = 0$ 垂直的直线方程为 ()
(A) $2x - y - 3 = 0$ (B) $y - 2x - 3 = 0$
(C) $x + 2y - 6 = 0$ (D) $2x + y - 3 = 0$
3. 在 $\triangle ABC$ 内,角 $B = 45^\circ$, C 的对边 $c = 2\sqrt{2}$, B 的对边 $b = \frac{4}{3}\sqrt{3}$,则角 A 等于 ()
(A) 15° (B) 75° (C) 105° (D) 15° 或 75°
4. 已知 x 是实数,命题甲为 $M = \{x \mid |x - 2| < 7\}$, $x \in M$,命题乙为 $N = \{x \mid |x^2 - 2| < 7\}$, $x \in N$,那么 ()
(A) 甲是乙的充分条件,但不是乙的必要条件
(B) 甲是乙的必要条件,但不是乙的充分条件
(C) 甲是乙的充要条件
(D) 甲不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件
5. 从 4 台甲型和 5 台乙型电视机中任意取出 3 台,其中至少要有甲型和乙型电视机各 1 台,则不同的取法共有 ()
(A)144 种 (B)84 种 (C)70 种 (D)35 种
6. 二次函数 $y = x^2 + 4x + 1$ 的最小值是 ()
(A)1 (B)-3 (C)3 (D)-4
7. 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,集合 $N = \{2, 4, 6\}$,集合 $T = \{4, 5, 6\}$,则 $(M \cap T) \cup N$ 是 ()
(A) $\{2, 4, 5, 6\}$ (B) $\{4, 5, 6\}$ (C) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (D) $\{2, 4, 6\}$
8. 设 $\log_a \frac{2}{3} < 1 (0 < a < 1)$,则 a 的取值范围是 ()

- (A) $(\frac{2}{3}, 1)$ (B) $(0, 1)$ (C) $(0, \frac{2}{3})$ (D) $(0, \frac{2}{3}]$
9. 函数 $y = x^3 + 2x^2 - x + 1$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线的倾斜角为 ()
- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{3\pi}{4}$
10. 函数 $f(x) = x^2 + 2x - 5$, 则 $f(x - 1)$ 等于 ()
- (A) $x^2 - 2x - 6$ (B) $x^2 - 2x - 5$
(C) $x^2 - 6$ (D) $x^2 - 5$
11. 不等式 $x^2 + bx + \frac{1}{4} < 0$ 的解集为 \emptyset , 则 ()
- (A) $b < 1$ (B) $b > -1$ 或 $b < 1$
(C) $-1 \leq b \leq 1$ (D) $b > 1$ 或 $b < -1$
12. 点 $P(x, y)$ 关于点 $A(3, -1)$ 的对称点 Q 的坐标是 ()
- (A) $(6 - x, -2 - y)$ (B) $(2x - 3, 2y + 1)$
(C) $(x + 3, y - 1)$ (D) $(3 - x, -1 - y)$
13. 与圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$ 关于直线 $x - y + 3 = 0$ 成轴对称的圆的方程是 ()
- (A) $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 40 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 20 = 0$
(C) $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 40 = 0$ (D) $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 20 = 0$
14. 袋子中有红、黄、兰、白四种颜色的小球各 1 个, 若从袋中任取一个而不是白球的概率是 ()
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{3}{4}$
15. 设 $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则直线 $x \cos \theta + y \sin \theta - 1 = 0$ 的倾斜角是 ()
- (A) $\theta + \frac{\pi}{2}$ (B) $\theta - \frac{\pi}{2}$ (C) $\pi - \theta$ (D) θ
16. 函数 $y = \frac{2^x - 1}{2^x + 1} + \ln \frac{x - 1}{x + 1}$ 是 ()
- (A) 偶函数而非奇函数 (B) 奇函数而非偶函数
(C) 非奇非偶函数 (D) 既是奇函数又是偶函数
17. 已知 P 是双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 左支上的一点(异于双曲线顶点), F_1, F_2 为双曲线的左焦点和右焦点, 连接 PF_1 , 恰好 $PF_1 \perp x$ 轴于 F_1 , 则 $\triangle PF_2F_1$ 的面积为 ()
- (A) $\frac{45}{2}$ (B) $\frac{45}{4}$
(C) 9 (D) 18

第 II 卷(非选择题 共 65 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分,把答案填在题中横线上.

18. 函数 $y = x^2$ 的图像平移向量 \mathbf{a} , 得到函数解析式是 $y = (x + 1)^2 + 2$, 那么 $\mathbf{a} =$ _____.

19. 检查一批零件的长度, 从中抽取 10 件, 量得它们的长度如下(单位: mm)
22.36 22.35 22.33 22.35 22.37 22.34 22.38 22.36 22.32 22.35,
则样本的平均数(结果保留到小数点后第二位)为 _____, 这组数据的方差为 _____.

20. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 1, AC = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}, S_{\triangle} = \frac{1 + \sqrt{3}}{4}$, 则 $\angle BAC =$ _____.

21. 若函数 $y = x^2 + 2(m - 1)x + 3m^2 - 11$ 的值恒为正, 则实数 m 的取值范围是 _____.

三、解答题:本大题共 4 小题,共 49 分,解答应写出推理,演算步骤.

22. (本小题满分 12 分)

设等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都是正数, 其前 n 项和 $S_n = 3a_n - 1$, 求数列 $\{a_n\}$ 的公比 q 和首项 a_1 .

23. (本小题满分 12 分)

为了保证粮、油供应,促进花生生产,将价格控制在适当的范围内,决定对种植花生的农民提供政府补贴,设花生的市场价格为 x 元/千克,政府补贴为 t 元/千克,根据市场调查,当 $4 \leq x \leq 7$ 时,花生的市场日供应量 M 千克与市场日需求量 N 千克近似的满足关系:

$$M = 1000(x + t - 4) \quad (x \geq 4, t \geq 0), N = 500\sqrt{20 - (x - 4)^2} \quad (4 \leq x \leq 7)$$

(1) 将市场价格表示为政府补贴的函数,并求出函数的定义域;

(2) 为使市场价格不高于 5 元每千克,政府补贴至少为多少元每千克?

24. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$, $S = 10\sqrt{3}$, 周长为 20, $A = \frac{\pi}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 中的三边的 a, b, c .

25. (本小题满分 13 分)

以点 $(0, 3)$ 为顶点, 以 y 轴为对称轴的抛物线的准线与双曲线 $3x^2 - y^2 + 12 = 0$ 的一条准线重合, 求抛物线的方程.

成人高等学校招生统一考试数学(文) 全真模拟试卷(四)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 85 分)

一、选择题:本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 点 $P(0,1)$ 在函数 $y = x^2 + ax + a$ 的图像上,则该函数图像的对称轴方程为 ()
(A) $x = 1$ (B) $x = \frac{1}{2}$
(C) $x = -1$ (D) $x = -\frac{1}{2}$
2. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_1 = \frac{1}{9}$, $a_4 = 3$,则该数列的前五项的积为 ()
(A) ± 1 (B) 3
(C) 1 (D) ± 3
3. 经过直线 $l: x - y - 1 = 0$ 上的定点 $(2,1)$,且倾斜角是 l 的 2 倍的直线方程为 ()
(A) $y - 1 = 2(x - 2)$
(B) $x = 2$
(C) $2x - y - 1 = 0$
(D) $x - 2y - 1 = 0$
4. 经过点 $(-3,1)$ 且与直线 $3x - y - 3 = 0$ 平行的直线方程是 ()
(A) $3x + y = 0$ (B) $3x + y + 10 = 0$
(C) $3x - y = 0$ (D) $3x - y + 10 = 0$
5. 从 10 名学生中选出 3 人做值日,不同选法的种数是 ()
(A) 3 (B) 10
(C) 120 (D) 240
6. 一个集合由 8 个不同的元素组成,这个集合中包含 3 个元素的子集有 ()
(A) 56 个 (B) 256 个
(C) 336 个 (D) 512 个
7. 若 $A = \{x \mid x = 0\}$,则下列结论成立的是 ()
(A) $0 = A$ (B) $\emptyset = A$

- (C) $\{0\} \subseteq A$ (D) $\emptyset \in A$
8. $\sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} + \tan \frac{\pi}{3}$ 等于 ()
- (A) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$
- (C) $\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\sqrt{3}$
9. 圆 $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 13 = 0$ 的圆心坐标和半径分别是 ()
- (A) $(4, -1), 5$
- (B) $(-4, 1), 5$
- (C) $(-4, 1), \sqrt{3}$
- (D) $(4, -1), \sqrt{2}$
10. $|x| = 2$ 是 $|x + 1| = 1$ 成立的 ()
- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
- (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
11. 若 $\theta \in (0, 2\pi)$, 则使 $\sin\theta < \cos\theta < \cot\theta < \tan\theta$ 成立的 θ 的取值范围是 ()
- (A) $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ (B) $(\frac{3\pi}{4}, \pi)$
- (C) $(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$ (D) $(\frac{7\pi}{4}, 2\pi)$
12. 在区间 $(0, +\infty)$ 内是单调增函数的是 ()
- (A) $y = 3 + x^3$
- (B) $y = 3 - x^2$
- (C) $y = 8 - x^4$
- (D) $y = -8x + 1$
13. 不等式 $\frac{1}{x-1} > x + 1$ 的解集是 ()
- (A) $\{x \mid x < -3\}$ (B) $\{x \mid \frac{4}{3} < x < \sqrt{2}\}$
- (C) $\{x \mid x > 1\}$ (D) $\{x \mid x < -\sqrt{2} \text{ 或 } 1 < x < \sqrt{2}\}$
14. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3, b = \sqrt{7}, c = 2$, 那么 B 等于 ()
- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$
- (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$
15. $\frac{1 - \tan 15^\circ}{1 + \tan 15^\circ}$ 等于 ()

(A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(C) $-\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3}$

16. 函数 $y = x^2 - 1$ 和 $y = 1 - x^2$ 的图像关于 ()

(A) 坐标原点对称

(B) x 轴对称

(C) y 轴对称

(D) 直线 $x + y = 0$ 对称

17. 正六边形的中心和顶点共 7 个点, 从中任取 3 个点恰在一条直线上的概率为 ()

(A) $\frac{3}{35}$ (B) $\frac{1}{35}$

(C) $\frac{3}{32}$ (D) $\frac{3}{70}$

第 II 卷(非选择题 共 65 分)

二、填空题:本大题共 4 小题;每小题 4 分,共 16 分.把答案填在题中横线上.

18. 二次函数 $y = 2x^2 - x + 1$ 的最小值为_____.

19. 若 x, y 分别在 $0, 1, 2, 3, \dots, 10$ 中取值则 $P(x, y)$ 在第一象限的个数是_____.

20. 向量 $\mathbf{a} = (2, 5)$ 与 $\mathbf{b} = (x, -3)$ 共线,则 $x =$ _____.

21. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 8, BC = 10, \angle ABC = 60^\circ$, 则 $AC =$ _____.

三、解答题:本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理,演算步骤.

22. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\angle BAC = 150^\circ, AB = 2, BC = 2\sqrt{7}$, 求 AC .

23. (本小题满分 12 分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 如果 $a_4 \cdot a_7 = -512$, $a_3 + a_8 = 124$, 且公比 q 为整数, 求 a_{10} 的值.

24. (本小题满分 12 分)

火车由 A 站出发,经过 B 站开往 C 站,已知 A 、 B 两点相距 150km , B 、 C 两站相距 180km ,火车速度为 60km/h ,写出火车越过 B 站的距离 $y(\text{km})$ 与时间 $t(\text{h})$ 的函数关系式,并求出函数的定义域与值域.

25. (本小题满分 13 分)

已知: 直线 l 的倾角为 $\frac{\pi}{4}$, 在 y 轴上的截距为 3, 以双曲线 $l: 12x^2 - 4y^2 = 3$ 的焦点为焦点作椭圆, 椭圆与直线 l 有交点, 当所作的椭圆的长轴最短时, 求该椭圆的方程.

成人高等学校招生统一考试数学(文)全真模拟试卷(五)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 85 分)

一、选择题:本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 下列函数中在 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是 ()

(A) $y = x |x|$

(B) $y = x^2 - 2x + 3$

(C) $y = (\frac{1}{2})^{|x|}$

(D) $y = 2^{\frac{1}{x}}$

2. 函数 $y = \sin 2x \tan x$ 的最小正周期是 ()

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π

(C) $\frac{3\pi}{2}$ (D) 2π

3. 函数 $y = x - 2 - \frac{1}{2}x^2$ 的最大值是 ()

(A) -1 (B) $\frac{1}{2}$

(C) 1 (D) $-\frac{3}{2}$

4. 已知 $f(x+1) = x^2 + x + 1$, 则 $f(x)$ 的最小值是 ()

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{3}{4}$ (D) $-\frac{1}{4}$

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$, $a_{n+2} = 2a_{n+1} - 3n + 1$, 则第 5 项 a_5 等于 ()

(A) 23 (B) 20

(C) 17 (D) 14

6. 如果 $a > b$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, 那么 ()

(A) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(B) $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$

(C) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

(D) $\frac{1}{a}$ 可小于也可大于 $\frac{1}{b}$

7. 已知全集 $I = \{x \mid 2 \leq x \leq 10, x \in \mathbf{N}\}$, $A = \{3, 4, 6, 8\}$, $B = \{3, 5, 8, 9\}$, 则集合 $\{2, 7, 10\}$ 是 ()

(A) $A \cup B$

(B) $A \cap B$

(C) $(C_U A) \cup (C_U B)$

(D) $(C_U A) \cap (C_U B)$

8. $b = 0$ 是直线 $y = kx + b$ 过原点的 ()

(A) 充分但不必要条件

(B) 必要但不充分条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分也不必要条件

9. 已知椭圆上一点到两焦点 $(-2, 0), (2, 0)$ 的距离之和等于 6, 则椭圆的短轴长为 ()

(A) 5

(B) 10

(C) $\sqrt{5}$

(D) $2\sqrt{5}$

10. $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^x - 1}$ 是 ()

(A) 奇函数非偶函数

(B) 偶函数非奇函数

(C) 既是奇函数又是偶函数

(D) 既非奇函数又非偶函数

11. 过曲线 $y = 2x^2 - 1$ 上一点 $P(1, 1)$ 处的切线的斜率是 ()

(A) 4

(B) 1

(C) 3

(D) -4

12. 已知椭圆 $\frac{x^2}{31} + \frac{y^2}{15} = 1$, 则它的焦距等于 ()

(A) 4

(B) 8

(C) $\sqrt{46}$

(D) $2\sqrt{46}$

13. 某中学生在阅览室陈列的 5 本科技杂志和 6 本文娱杂志中任选一本阅读, 他选中科技杂志的概率是 ()

(A) $\frac{5}{6}$

(B) $\frac{5}{11}$

(C) $\frac{1}{5}$

(D) $\frac{1}{2}$

14. 使函数 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 为增函数的区间是 ()

- (A) $(0, +\infty)$ (B) $(-\infty, 0)$
(C) $(-\infty, +\infty)$ (D) $(-1, 1)$
15. 把 6 名同学排成前后两排, 每排 3 人, 则不同排法的种数是 ()
(A) 60 (B) 120
(C) 720 (D) 1440
16. 已知 $\sin\theta = \frac{4}{5}$, $\cos\theta = -\frac{3}{5}$, 则角 2θ 属于 ()
(A) 第一象限 (B) 第二象限
(C) 第三象限 (D) 第四象限
17. 抛物线 $y = x^2 + x + 3$ 的焦点坐标是 ()
(A) $(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ (B) $(-\frac{1}{2}, 3)$
(C) $(-\frac{1}{2}, \frac{11}{4})$ (D) $(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{4})$

第 II 卷(非选择题 共 65 分)

二、填空题:本大题共 4 小题;每小题 4 分,共 16 分.把答案填在题中横线上.

18. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $AB = 2\sqrt{2}$, 则 $BC =$ _____.

19. 不等式 $|3x + 2| \geq 1$ 的解集是_____.

20. 函数 $y = f(x)$ 的图像平移向量 $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$ 得到函数的图像的解析式是
_____.

21. 从一批零件毛坯中取出 20 种作为一个样本,称得它们的质量如(单位:kg)

210	208	200	205	202	218	206	214	215	207
195	207	218	192	202	216	185	227	187	215

样本平均数等于_____;(结果保留到个位)

三、解答题:本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理,演算步骤.

22. (本小题满分 12 分)

已知 $\tan\alpha, \tan\beta$ 是方程 $x^2 + 6x + 7 = 0$ 的两个根,求证 $\sin(\alpha + \beta) = \cos(\alpha + \beta)$.

23. (本小题满分 12 分)

某公司生产一种产品每年需投入固定成本 0.5 万元,此外每生产 100 件这种产品还需要增加投资 0.25 万元.

经预测知,市场对这种产品的年需求量为 500 件,且当售出这种产品的数量为 t (单位:百件) 时,销售所得的收入约为 $5t - \frac{t^2}{2}$ (万元).

(1) 若该公司这种产品的年产量为 x (单位:百件, $x > 0$), 试把该公司生产并销售这种产品所得的年利润表示为当年产量 x 的函数;

(2) 当该公司的年产量多大时,当年所得利润最大?

(3) 当该公司的年产量多大时,当年不会亏本? (取 $\sqrt{21.5625} = 4.65$)

24. (本小题满分 12 分)

首项为 25 的等差数列,其前 9 项的和等于前 17 项的和,问这个数列前多少项的和最大?

25. (本小题满分 13 分)

已知抛物线顶点在坐标原点, 抛物线焦点与椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{15} = 1$ 的左焦点相同, 在抛物线上求一点 P , 使它到椭圆左顶点的距离最小.

7. 不等式 $|x + \frac{1}{2}| > \frac{1}{2}$ 的解集为 ()
- A. $\{x \mid x > 0 \text{ 或 } x < -1\}$ B. $\{x \mid -1 < x < 0\}$
 C. $\{x \mid x > -1\}$ D. $\{x \mid x < 0\}$
8. 甲、乙、丙、丁 4 人排成一行,其中甲、乙必须排在两端,则不同的排法共有 ()
- A. 4 种 B. 2 种
 C. 8 种 D. 24 种
9. 若向量 $a = (1, 1), b = (1, -1)$, 则 $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b =$ ()
- A. $(1, 2)$ B. $(-1, 2)$
 C. $(1, -2)$ D. $(-1, -2)$
10. $\log_3 1 + 16^{\frac{1}{2}} + (-2)^0 =$ ()
- A. 2 B. 4
 C. 3 D. 5
11. 函数 $y = x^2 - 4x - 5$ 的图像与 x 轴交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ ()
- A. 3 B. 4
 C. 6 D. 5
12. 下列函数中, 为奇函数的是 ()
- A. $y = -\frac{2}{x}$ B. $y = -2x + 3$
 C. $y = x^2 - 3$ D. $y = 3\cos x$
13. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点坐标是 ()
- A. $(0, -\sqrt{7}), (0, \sqrt{7})$ B. $(-\sqrt{7}, 0), (\sqrt{7}, 0)$
 C. $(0, -5), (0, 5)$ D. $(-5, 0), (5, 0)$
14. 若直线 $mx + y - 1 = 0$ 与直线 $4x + 2y + 1 = 0$ 平行, 则 $m =$ ()
- A. -1 B. 0
 C. 2 D. 1
15. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_4 a_5 = 6$, 则 $a_2 a_3 a_6 a_7 =$ ()
- A. 12 B. 36
 C. 24 D. 72
16. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 且 $f(2x) = 4x + 1$, 则 $f(1) =$ ()
- A. 9 B. 5

C.7

D.3

17. 甲、乙各自独立地射击一次,已知甲射中 10 环的概率为 0.9,乙射中 10 环的概率为 0.5,则甲、乙都射中 10 环的概率为 ()

A.0.2

B.0.45

C.0.25

D.0.75

第 II 卷(非选择题,共 65 分)

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的离心率为_____.

19. 函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ 在 $x = 1$ 处的导数为_____.

20. 设函数 $f(x) = x + b$,且 $f(2) = 3$,则 $f(3) =$ _____.

21. 从一批相同型号的钢管中抽取 5 根,测其内径,得到如下样本数据(单位:mm):

110.8,109.4,111.2,109.5,109.1,

则该样本的方差为_____ mm^2 .

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 为等差数列,且 $a_3 = a_5 + 1$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的公差 d ;

(2) 若 $a_1 = 2$,求 $\{a_n\}$ 的前 20 项和 S_{20} .

23.(本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,已知 $B = 75^\circ$ $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求 $\cos A$;

(2) 若 $BC = 3$,求 AB .

24.(本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,已知 $\odot M$ 的方程为 $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$, $\odot O$ 经过点 M .

(1) 求 $\odot O$ 的方程;

(2) 证明:直线 $x - y + 2 = 0$ 与 $\odot M, \odot O$ 都相切.

25. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = 2x^3 - 12x + 1$, 求 $f(x)$ 的单调区间和极值.

2020 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

第 I 部分 选择题 (共 85 分)

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 不等式 $|x - 2| < 1$ 的解集是()
A. $\{x \mid -1 < x < 3\}$
B. $\{x \mid -2 < x < 1\}$
C. $\{x \mid -3 < x < 1\}$
D. $\{x \mid 1 < x < 3\}$
- 下列函数中,在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 为减函数的是()
A. $y = \ln(3x + 1)$
B. $y = x + 1$
C. $y = 5\sin x$
D. $y = 4 - 2x$
- 函数 $y = \log_2(x + 1)$ 的定义域是()
A. $(2, +\infty)$
B. $(-2, +\infty)$
C. $(-\infty, -1)$
D. $(-1, +\infty)$
- 直线 $x - y - 3 = 0$ 与 $x - y + 3 = 0$ 之间的距离为()
A. $2\sqrt{2}$
B. $6\sqrt{2}$
C. $3\sqrt{2}$
D. 6
- 设集合 $M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $N = \{x \mid x \leq 2\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{-1, 0, 1\}$
B. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
C. $\{x \mid 0 < x \leq 2\}$
D. $\{x \mid -1 < x < 2\}$
- 已知点 $A(1, 0), B(-1, 1)$, 若直线 $kx - y - 1 = 0$ 与直线 AB 平行, 则 $k =$ ()
A. $-\frac{1}{2}$
B. $\frac{1}{2}$
C. -1
D. 1
- 已知向量 $\vec{AB} = (1, t), \vec{BC} = (-1, 1), \vec{AC} = (0, 2)$, 则 $t =$ ()
A. -1
B. 2
C. -2
D. 1

C. $y = \cos x$

D. $y = \sin \frac{x}{2} + 1$

17. 下列函数中, 为偶函数的是()

A. $y = e^x + x$

B. $y = x^2$

C. $y = x^3 + 1$

D. $y = \ln(2x + 1)$

第 II 部分 非选择题 (共 65 分)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 的图像经过点 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, 则 $f(x)$ 的最小值为_____.

19. 某同学每次投篮命中的概率都是 0.6, 各次是否投中相互独立, 则该同学投篮 3 次恰有 2 次投中的概率是_____.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $\frac{3^n}{2}$, 则 $a_3 =$ _____.

21. 已知曲线 $y = \ln x + a$ 在点 $(1, a)$ 处的切线过点 $(2, -1)$, 则 $a =$ _____.

三、解答题(本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $A = 30^\circ$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$.

(1) 求 C ;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

23.(本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = x^3 + x - 1$.

(1)求 $f(x)$ 的单调区间;

(2)求出一个区间 (a, b) , 使得 $f(x)$ 在区间 (a, b) 存在零点, 且 $b - a < 0.5$.

24.(本小题满分 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_2 = -2, a_4 = -1$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

25.(本小题满分 13 分)

已知椭圆 E 的中心在坐标原点 O , 焦点在 x 轴上, 长轴长为 8, 焦距为 $2\sqrt{7}$.

(1) 求 E 的标准方程;

(2) 若以 O 为圆心的圆与 E 交于四点, 且这四点为一个正方形的四个顶点, 求该圆的半径.

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

15. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点作 x 轴的垂线, 交 C 于 A, B 两点, 则 $|AB| = (\quad)$

A. 2

B. 4

C. $4\sqrt{2}$

D. 8

16. 若向量 $\mathbf{a} = (3, 4)$, 则与 \mathbf{a} 方向相同的单位向量为 (\quad)

A. $(0, 1)$

B. $(1, 0)$

C. $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

D. $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$

17. 已知函数 $f(x) = ax^3$, 若 $f'(3) = 9$, 则 $a = (\quad)$

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 1

D. 3

第 II 卷 非选择题 (共 65 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 函数 $y = \frac{\sqrt{1+x}}{x}$ 的定义域为 _____ .

19. 已知函数 $f(x) = 2x + 1$, 则 $f(2x) =$ _____ .

20. 圆 $x^2 + y^2 = 5$ 在点 $(1, 2)$ 处切线的方程为 _____ .

21. 若 28, 37, x , 30 四个数的平均数为 35, 则 $x =$ _____ .

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知 A, B 为 $\odot O$ 上的两点, 且 $AB = 3\sqrt{3}$, $\angle ABO = 30^\circ$. 求 $\odot O$ 的半径.

23.(本小题满分 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的等差数列,且 a_2, a_6, a_{12} 成等比数列, $a_2 + a_6 + a_{12} = 76$.求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

24.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$.

(I)求 $f'(x)$;

(II)求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值与最小值.

25.(本小题满分 13 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, $M(0, -1)$ 和 $N(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ 为 C 上两点.

(I) 求 C 的标准方程;

(II) 求 C 的左焦点到直线 MN 的距离.

2022 年成人高等学校招生全国统一考试 数学(文科)试题

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第 I 卷 选择题 (共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若集合 $M = \{x \mid |x-2| < 2\}$, $N = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$
 - A. $\{2\}$
 - B. $\{0, 1, 2\}$
 - C. $\{1, 2, 3\}$
 - D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
2. 设函数 $f(x+1) = 2x+2$, 则 $f(x) = (\quad)$
 - A. $2x-1$
 - B. $2x$
 - C. $2x+1$
 - D. $2x+2$
3. 函数 $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ 的定义域是()
 - A. $\{x \mid -3 \leq x \leq -1\}$
 - B. $\{x \mid x \leq -3 \text{ 或 } x \geq -1\}$
 - C. $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$
 - D. $\{x \mid x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 3\}$
4. 下列函数中,为奇函数的是()
 - A. $y = \cos^2 x$
 - B. $y = \sin x$
 - C. $y = 2^{-x}$
 - D. $y = x+1$
5. 下列函数中,为减函数的是()
 - A. $y = \cos x$
 - B. $y = 3^x$
 - C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
 - D. $y = 3x^2 - 1$

6. 函数 $y = x^2 + 1 (x > 0)$ 的图像在 ()

- A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限

7. 设 α 是三角形的一个内角, 若 $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\sin\alpha$ ()

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

8. 如果点 $(2, -4)$ 在一个反比例函数的图像上, 那么下列四个点中也在该图像上的
是 ()

- A. $(-2, 4)$
B. $(-4, -2)$
C. $(-2, -4)$
D. $(2, 4)$

9. 已知 $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{5}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()

- A. $-\frac{24}{25}$
B. $-\frac{7}{25}$
C. $\frac{7}{25}$
D. $\frac{24}{25}$

10. 设甲: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$; 乙: $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$. 则 ()

- A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
C. 甲是乙的充要条件
D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

11. 已知向量 i, j 为互相垂直的单位向量, 向量 $a = 2i + mj$, 若 $|a| = 2$, 则 $m =$ ()

- A. -2
B. -1
C. 0
D. 1

12. 用 $1, 2, 3, 4$ 组成没有重复数字的三位数, 其中偶数共有 ()

- A. 24 个
B. 12 个
C. 6 个
D. 3 个

13. 中心在坐标原点, 对称轴为坐标轴, 且一个顶点为 $(3, 0)$, 虚轴长为 8 的双曲线的方程
是 ()

- A. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$
B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$
C. $\frac{y^2}{64} - \frac{x^2}{9} = 1$
D. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{64} = 1$

得 分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22.(本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $B=120^\circ$, $C=30^\circ$, $BC=4$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

23.(本小题满分 12 分)

已知 a, b, c 成等差数列, $a, b, c+1$ 成等比数列.若 $b=6$,求 a 和 c .

4.(本小题满分 12 分)

已知直线 l 的斜率为 1, l 过抛物线 $C: x^2 = \frac{1}{2}y$ 的焦点, 且与 C 交于 A, B 两点.

(I) 求 l 与 C 的准线的交点坐标;

(II) 求 $|AB|$.

25.(本小题满分 13 分)

设函数 $f(x) = x^3 - 4x$.

(I) 求 $f'(2)$;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[-1, 2]$ 的最大值与最小值.

成人高等学校招生统一考试数学(文) 全真模拟试卷(一) 参考答案

一、选择题

1. C 2. C 3. B 4. B 5. C 6. A 7. D 8. D 9. C
 10. A 11. B 12. D 13. B 14. D 15. A 16. A 17. B

二、填空题

18. $\frac{3}{2}$ 20. 6 19. 21. 90 21. 60°

三、解答题

22. 解 要求 AC 边上的中线, 首先求出其中点的坐标, 然后再根据两点间的距离公式算出中线长.

$$\text{设 } AC \text{ 的中点是 } D(x, y), \text{ 则由中点坐标公式得 } \begin{cases} x = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2} \\ y = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{所以 } |BD| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-2\right)^2 + \left(\frac{5}{2}+3\right)^2} = \frac{\sqrt{130}}{2}.$$

即所求的中线 BD 的长为 $\frac{\sqrt{130}}{2}$.

23. 解 (1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q , 由于首项都等于 1, 于是有 $a_n = 1 + (n-1)d, b_n = q^{n-1}$.

又 $C_n = a_n - b_n = 1 + (n-1)d - q^{n-1}$, 由 $C_2 = \frac{1}{6}, C_3 = \frac{2}{9}, C_4 = \frac{7}{54}$, 得

$$\begin{cases} 1+d-q = \frac{1}{6} \\ 1+2d-q^2 = \frac{2}{9} \\ 1+3d-q^3 = \frac{7}{54} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} d = \frac{1}{2} \\ q = \frac{4}{3} \end{cases}$$

所以 $C_n = [1 + (n-1) \frac{1}{2}] - (\frac{4}{3})^{n-1} = \frac{1}{2}(n+1) - (\frac{4}{3})^{n-1} \quad (n \in \mathbf{N})$,

$$S_n = c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_n = \left[\frac{1}{2}(1+1) - \left(\frac{4}{3}\right)^0 \right] + \left[\frac{1}{2}(2+1) - \left(\frac{4}{3}\right) \right] + \cdots$$

$$= \frac{1}{4}n(n+3) - \frac{4^n}{3^{n-1}} + 3 \quad (n \in \mathbf{N}).$$

(2) 用数学归纳法证明

① 当 $n=5$ 时, $C_5 = \frac{1}{2}(5+1) - \left(\frac{4}{3}\right)^4 = -\frac{13}{81} < 0$, 成立.

② 假设当 $n=k$ ($k \geq 5$) 时, 有 $C_k < 0$, 即 $\frac{1}{2}(k+1) - \left(\frac{4}{3}\right)^{k-1} < 0$

那么 $C_{k+1} = \frac{1}{2}(k+2) - \left(\frac{4}{3}\right)^k = \left[\frac{1}{2}(k+1) - \left(\frac{4}{3}\right)^{k-1} \right] + \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}\right)^{k-1} \right]$

$$= C_k + \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}\right)^{k-1} \right] < 0,$$

则当 $n=k+1$ 时也成立, 由 ①② 两步可以断言, 对于 $n \geq 5$ 且 $n \in \mathbf{N}$ 时, 都有 $C_n < 0$.

24. 解 设对甲种商品投资 x 万元, 总获利润为 y 万元, 则乙种商品投资为 $(3-x)$ 万元.

因为它们投入资金的关系有经验公式: $P = \frac{1}{5}x$, $Q = \frac{3}{5}\sqrt{x}$, 而所能获得的利润依次是 P 和 Q ,

所以 $y = \frac{1}{5}x + \frac{3}{5}\sqrt{3-x}$ ($0 \leq x \leq 3$), 令 $t = \sqrt{3-x}$, 则 $x = 3-t^2$ ($0 \leq t < \sqrt{3}$)

于是有 $y = \frac{1}{5}(3-t^2) + \frac{3}{5}t = -\frac{1}{5}\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{21}{20}$.

当 $t = \frac{3}{2}$ 时, $y_{\max} = \frac{21}{20} = 1.05$ (万元),

由 $t = \frac{3}{2}$, 得 $x = \frac{3}{4} = 0.75$ (万元), 所以 $3-x = 2.25$ (万元).

由此可知, 为获得最大利润, 对甲、乙两种商品的资金投入分别为 0.75 万元和 2.25 万元, 总共获得利润为 1.05 万元.

25. 解 (1) 圆 $(x+4)^2 + y^2 = 1$ 的圆心坐标为 $(-4, 0)$, 半径为 1

椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$ 的半长轴 $a = 3$, 半短轴 $b = 1$, 则准线方程为 $y = \pm \frac{9\sqrt{2}}{4}$

由此可知, 圆心 $A(-4, 0)$ 到准线的距离为 $\frac{9\sqrt{2}}{4}$,

所以圆上的 P 到准线的最大距离为 $1 + \frac{9\sqrt{2}}{4}$, 最小距离为 $\frac{9\sqrt{2}}{4} - 1$

(2) 设椭圆上 Q 点的坐标为 $(\cos\theta, 3\sin\theta)$, 则圆心 $A(-4, 0)$ 到 Q 点的距离为

$$|AQ| = \sqrt{(\cos\theta + 4)^2 + 9\sin^2\theta} = \sqrt{27 - 8(\cos\theta - \frac{1}{2})^2}$$

所以当 $\cos\theta = \frac{1}{2}$ 时, $|AQ|_{\max} = 3\sqrt{3}$ 此时 $\sin\theta = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

Q 点坐标为 $(\frac{1}{2}, \pm \frac{3\sqrt{3}}{2})$ $|PQ|_{\max} = 3\sqrt{3} + 1$

成人高等学校招生统一考试数学(文)全真模拟试卷(二) 参考答案

一、选择题

1. B 2. B 3. B 4. A 5. A 6. C 7. C 8. B 9. C
10. B 11. D 12. D 13. B 14. A 15. C 16. B 17. D

二、填空题

18. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 19. 13.2 20. $(1, 0), y = \sqrt{x-1} - 1$ 21. 5

三、解答题

22. 解 (1) 已知抛物线的对称轴方程为 $x=2$ 及 $f(x)$ 的最小值为 -9 , 故知其顶点坐标为 $(2, -9)$, 因此设所求函数的解析式为

$$y = a(x-2)^2 - 9. \quad \text{①}$$

又知抛物线与 x 轴的两个交点的距离为 6, 对称轴方程为 $x=2$, 由对称性知抛物线过点 $(5, 0)$. 将这点的坐标代入 ① 式得 $9a - 9 = 0$, 解得 $a = 1$. 于是 ① 式为

$$y = (x-2)^2 - 9 = x^2 - 4x - 5.$$

由此知 $a = 1, b = -4, c = -5$.

(2) 已知 $y = f(x) \leq 7$,

$$\text{即 } x^2 - 4x - 5 \leq 7,$$

$$x^2 - 4x - 12 \leq 0,$$

$$(x+2)(x-6) \leq 0.$$

解得 $-2 \leq x \leq 6$.

23. 解 (1) 由 $S_n = \frac{1}{3}a_n - 2$ ($n \in \mathbf{N}$), 所以 $S_1 = \frac{1}{3}a_1 - 2$ 即 $a_1 = \frac{1}{3}a_1 - 2$,

则 $a_1 = -3$, 同理可得 $a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = -\frac{3}{4}, a_4 = \frac{3}{8}$.

(2) 由此归纳出数列的通项公式 $a_n = -3(-\frac{1}{2})^{n-1}$. 现在用数学归纳法加以证明.

① 当 $n=1$ 时, $a_1 = -3$, 而 $S_1 = \frac{1}{3}a_1 - 2$, 所以 $a_1 = -3$, 所以当 $n=1$ 时成立.

② 假设当 $n=k$ ($k \geq 1$) 时成立,

即 $a_k = -3(-\frac{1}{2})^{k-1}$,

由 $S_n = \frac{1}{3}a_n - 2$, 有 $S_{k+1} = \frac{1}{3}a_{k+1} - 2$, 所以 $S_k + a_{k+1} = \frac{1}{3}a_{k+1} - 2$,

所以 $\frac{2}{3}a_{k+1} = -(S_k + 2) = -(\frac{1}{3}a_k + 2 - 2) = -\frac{1}{3}a_k = -\frac{1}{3}[-3(-\frac{1}{2})^{k-1}]$,

则 $a_{k+1} = -\frac{1}{2}[-3(-\frac{1}{2})^{k-1}] = -3(-\frac{1}{2})^k = -3(-\frac{1}{2})^{(k+1)-1}$.

当 $n=k+1$ 时也成立, 由 ①② 可以断言对于 $n \in \mathbf{N}$ 时都成立, 即 $a_n = -3(-\frac{1}{2})^{n-1}$.

24. 解 设税率为 $P\%$, 则一年销售量为 $(80 - 10P)$ 万件.

依题意, 一年税金为 $y = 80 \cdot (80 - 10P) \cdot P\%$,

根据要求, $y \geq 96$.

所以 $80(80 - 10P) \cdot P\% \geq 96$,

即 $64P - 8P^2 \geq 96$

所以 $P^2 - 8P + 12 \leq 0$ $2 \leq P \leq 6$

答: P 的取值范围为 $P \in [2, 6]$.

25. 解 (1) 把曲线 C 变形为 $(x^2 + y^2 - 20) + a(-4x + 2y + 20) = 0$, 令

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 20 = 0 \\ -4x + 2y + 20 = 0 \end{cases} \quad \text{解之得}(4, -2) \text{ 所以不论 } a \text{ 取何值, 曲线 } C \text{ 必过定点}(4, -2)$$

(2) 把曲线变形为 $(x - 2a)^2 + (y + a)^2 = 5(a - 2)^2$, 当 $a \neq 2$ 时, $5(a - 2)^2 > 0$ 故方程表示以 $(2a, -a)$ 为圆心, 以 $\sqrt{5}|a - 2|$ 为半径的圆, 设圆心 (m, n) 那么 $m = 2a, n = -a$, 消去 a 得 $n = -\frac{1}{2}m$, 所以圆心总在直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 上.

成人高等学校招生统一考试数学(文)全真模拟试卷(三) 参考答案

一、选择题

1. B 2. B 3. D 4. B 5. C 6. B 7. A 8. C 9. D

10. C 11. C 12. A 13. C 14. D 15. B 16. B 17. B

二、填空题

18. $(-1, 2)$ 19. 22, 35, 0.00029 20. 45° 或 135° 21. $m > 2$ 或 $m < -3$

三、解答题

22. 解 令 $n=1$ 得 $S_1 = a_1 = 3a_1 - 1$

$$\text{得: } a_1 = \frac{1}{2}$$

令 $n=2$ $S_2 = a_1 + a_2 = 3a_2 - 1$

$$\text{解得 } a_2 = \frac{3}{4}$$

$$q = a_2 \div a_1$$

$$= \frac{3}{2}$$

因此 $a_1 = \frac{1}{2}, q = \frac{3}{2}$

23. 解 (1) 依题意有 $1000(x+t-4) = 500\sqrt{20-(x-4)^2}$,

化简得 $5x^2 + (8t-40)x + (4t^2 - 32t + 60) = 0$,

当判别式 $\Delta = (8t-40)^2 - 4 \cdot 5(4t^2 - 32t + 60) = 400 - 16t^2 \geq 0$ 时,

所以 $x = 4 - \frac{4}{5}t \pm \frac{2}{5}\sqrt{25-t^2}$.

由 $\Delta \geq 0, t \geq 0, 4 \leq x \leq 7$, 得不等式组

$$\textcircled{1} \begin{cases} 0 \leq t \leq 5 \\ 4 \leq 4 - \frac{4}{5}t + \frac{2}{5}\sqrt{25-t^2} \leq 7 \end{cases} \quad \text{或} \quad \textcircled{2} \begin{cases} 0 \leq t \leq 5 \\ 4 \leq 4 - \frac{4}{5}t - \frac{2}{5}\sqrt{25-t^2} \leq 7. \end{cases}$$

解不等式组 $\textcircled{1}$, 得 $0 \leq t \leq \sqrt{5}$, 不等式组 $\textcircled{2}$ 无解.

故所求函数关系式为 $x = 4 - \frac{4}{5}t + \frac{2}{5}\sqrt{25-t^2}$, 而函数的定义域为 $[0, \sqrt{5}]$,

(2) 为使 $x \leq 5$, 应有 $4 - \frac{4}{5}t + \frac{2}{5}\sqrt{25-t^2} \leq 5$,

化简得 $4t^2 + 8t - 15 \geq 0$.

解之得 $t \geq -1 + \frac{\sqrt{304}}{8}$ 或 $t \leq -1 - \frac{\sqrt{304}}{8}$, 由于 $t \geq 0$, 知 $t \geq -1 + \frac{\sqrt{304}}{8}$. 从而政府

补贴至少 $(-1 + \frac{\sqrt{304}}{8})$ 元每千克.

24. 解 依题意有 $10\sqrt{3} = \frac{1}{2}bc \sin \frac{\pi}{3}$, 即 $bc = 40, a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \frac{\pi}{3} = b^2 + c^2$

$-bc = (b+c)^2 - 3bc$, 所以有 $(b+c)^2 - a^2 = 3bc = 120$, 即 $(b+c+a)(b+c-a) = 120$,
 即 $20(b+c-a) = 120$ 有

$$\begin{cases} b+c-a=6 \\ b+c+a=20 \end{cases} \Rightarrow 2a=14, a=7 \text{ 又有}$$

$$\begin{cases} b+c=13 \\ bc=40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=5 \\ c=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} b=8 \\ c=5 \end{cases}, \text{ 综上, 知三角形三边为 } 5, 7, 8.$$

25. 解 由双曲线方程可知双曲线的准线方程为

$$y = \pm 3$$

准线 $y = 3$ 过抛物线的顶点, 准线 $y = -3$ 与抛物线准线重合.

设所求抛物线方程为

$$x^2 = 2p(y-3) \quad (p > 0)$$

准线方程为

$$y-3 = -\frac{p}{2}$$

两准线重合, 即 $y = -3$, 代入得

$$-3-3 = -\frac{p}{2}$$

$$p = 12$$

所求抛物线方程为

$$x^2 = 24(y-3)$$

成人高等学校招生统一考试数学(文)全真模拟试卷(四) 参考答案

一、选择题

1. D 2. C 3. B 4. D 5. C 6. A 7. C 8. C 9. A
 10. D 11. C 12. A 13. D 14. A 15. B 16. B 17. A

二、填空题

18. $\frac{7}{8}$ 19. 100 20. $-\frac{6}{5}$ 21. $2\sqrt{19}$

三、解答题

22. 解 $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$

解得 $\sin C = \frac{\sqrt{7}}{14}$ $\cos C = \frac{3\sqrt{21}}{14}$

$$\cos B = \cos(180^\circ - 150^\circ - C) = \cos 30^\circ \cdot \cos C + \sin 30^\circ \cdot \sin C = \frac{5\sqrt{7}}{14}$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{21}}{14} \quad \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A}$$

解得 $AC = 2\sqrt{3}$

23. 解 由已知等式,得

$$\begin{cases} a_1^2 q^9 = -512, & \text{①} \\ a_1 q^2 (1 + q^5) = 124. & \text{②} \end{cases}$$

由 ②² ÷ ①,得 $\frac{(1 + q^5)^2}{q^5} = \frac{124^2}{-512}$.

整理,得 $32q^{10} + 1025q^5 + 32 = 0$

解之,得 $q^5 = -32$ 或 $q^5 = -\frac{1}{32}$ (不合题意,舍去),所以 $q = -2$.

把 $q = -2$ 代入 ②,解得 $a_1 = -1$.所以 $a_{10} = a_1 q^9 = (-1) \times (-2)^9 = 512$.

24. 解 设火车距离 A 站 y_1 km,根据距离公式,有 $y_1 = vt$

所以 $y_1 = 60t$

因为 A、B 两站相距 150km,所以越过 B 站的距离 y 与时间 t 的函数关系式是:

$$y = 60t - 150$$

全程为 $150 + 180 = 330$ (km)

$$\text{一共需 } \frac{330}{60} = 5.5(h)$$

即本题中的函数 $y = 60t - 150$ 的定义域是 $0 \leq t \leq 5.5$

相应的值域 $-150 \leq y \leq 180$

$$25. \text{ 解 设双曲线 } 12x^2 - 4y^2 = 3, \text{ 即 } \frac{x^2}{\frac{1}{4}} - \frac{y^2}{\frac{3}{4}} = 1 \text{ 的半实轴、半虚轴、半焦距}$$

分别为 a_1, b_1, c_1

$$\text{所以 } a_1^2 = \frac{1}{4}, b_1^2 = \frac{3}{4}, \text{ 则 } c_1^2 = a_1^2 + b_1^2 = 1$$

双曲线的焦点为 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$, 椭圆的焦点也是 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$

$$c = c_1 = 1$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 1, b^2 = a^2 - 1$$

$$\text{则椭圆方程为: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 1} = 1 \quad \text{①}$$

直线 l 的方程为 $y = x + 3$, 将 l 的方程代入 ① 中得

$$(2a^2 - 1)x^2 + 6a^2x + a^2(10 - a^2) = 0 \quad \textcircled{2}$$

因为 $a > c = 1$, 所以 $2a^2 - 1 \neq 0$

又因为直线 l 与椭圆有交点, 所以方程 ② 的判别式 $\Delta \geq 0$

$$\text{即 } (6a^2)^2 - 4(2a^2 - 1)a^2(10 - a^2) \geq 0$$

所以 $a^2 \leq 1$ 或 $a^2 \geq 5$, 因为 $a > c = 1$

所以 $a^2 \leq 1$ 不合题意, $a^2 \geq 5$, 又因为 $a > 0$

所以 $a \geq \sqrt{5}$, $a_{\text{最小值}} = \sqrt{5}$

椭圆长轴最短时的长为 $2\sqrt{5}$

此时 $b^2 = a^2 - 1 = 4$

则所求椭圆方程为: $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

成人高等学校招生统一考试数学(文) 全真模拟试卷(五) 参考答案

一、选择题

1. A 2. B 3. D 4. C 5. D 6. D 7. D 8. C 9. D

10. A 11. A 12. B 13. B 14. B 15. C 16. C 17. B

二、填空题

18. 4 19. $\{x \mid x \geq -\frac{1}{3} \text{ 或 } x \leq -1\}$ 20. $y - a_2 = f(x - a_1)$ 21. 206

三、解答题

22. 证明: 因为 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是方程 $x^2 + 6x + 7 = 0$ 的两个根, 所以

$$\tan \alpha + \tan \beta = -6, \tan \alpha \tan \beta = 7$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-6}{1 - 7} = 1,$$

即

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = 1.$$

$$\therefore \sin(\alpha + \beta) = \cos(\alpha + \beta).$$

23. 解 (1) 当 $0 < x \leq 5$ 时, 产品全部售出;

当 $x > 5$ 时, 产品只能售出 500 件, 故利润函数为

$$f(x) = \begin{cases} (5x - \frac{x^2}{2}) - (0.5 + 0.25x) & (0 < x \leq 5) \\ (5^2 - \frac{5^2}{2}) - (0.5 + 0.25x) & (x > 5) \end{cases}$$

$$\text{即 } f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 4.75x - 0.5 & (0 < x \leq 5) \\ 12 - 0.25x & (x > 5) \end{cases}$$

$$(2) \text{ 当 } 0 < x \leq 5 \text{ 时, } f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4.75x - 0.5$$

所以当 $x = 4.75$ 时, $f(x)_{\text{最大值}} = 10.78125$ (万元)

而当 $x > 5$ 时 $f(x) = 12 - 0.25x < 12 - 0.25 \times 5 = 10.75$ (万元)

所以当年产量为 475 件时, 利润最大.

(3) 由题意知, 要不亏本, 必须

$$\begin{cases} 0 < x \leq 5 \\ -\frac{1}{2}x^2 + 4.75x - 0.5 \geq 0 \end{cases} \quad \textcircled{1}$$

$$\text{或 } \begin{cases} x > 5 \\ 12 - 0.25x \geq 0 \end{cases} \quad \textcircled{2}$$

解 ① 得 $4.75 - \sqrt{21.5625} \leq x \leq 5$

即 $0.1 \leq x \leq 5$

解 ② 得 $5 < x \leq 48$

所以 $0.1 \leq x \leq 48$

故年产量在 10 件到 4800 件时, 公司不亏本.

$$24. \text{ 解 } \text{ 由求和公式 } S_n = na_1 + \frac{1}{2}n(n-1)d,$$

及已知条件得 $S_9 = 9 \times 25 + 4 \times 9d$ $S_{17} = 17 \times 25 + 8 \times 17d$

因为 $S_9 = S_{17}$

所以 $9 \times 25 + 4 \times 9d = 17 \times 25 + 8 \times 17d$

解得 $d = -2$

所以 $S_n = n \times 25 + \frac{1}{2}n(n-1)(-2) = -(n-13)^2 + 169$

知当 $n = 13$ 时, S_n 有最大值 169

$$25. \text{ 解 } \text{ 由椭圆方程 } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{15} = 1, \text{ 得}$$

$$a^2 = 16, b^2 = 15, c^2 = a^2 - b^2 = 1.$$

所以左焦点 $F_1(-1, 0)$, 左顶点 $A_1(-4, 0)$.

抛物线方程为 $y^2 = -4x$.

设抛物线上点 $P(x_0, y_0)$ 到椭圆左顶点 A_1 的距离为 d ,

则 $d^2 = (x_0 + 4)^2 + y_0^2 = x_0^2 + 8x_0 + 16 - 4x_0 = (x_0 + 2)^2 + 12$.

当 $x_0 = -2$ 时, 抛物线上点 P 到椭圆左顶点 A_1 的距离最小, 最小距离 $d = 2\sqrt{3}$.

当 $x_0 = -2$ 时, $y_0^2 = -4x_0 = 8$, $y_0 = \pm 2\sqrt{2}$

所以 P 点坐标为 $(-2, 2\sqrt{2})$ 或 $(-2, -2\sqrt{2})$.

2019 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题参考答案

一、选择题

1. 【答案】C

【考情点拨】本题考查了补集的知识点.

【应试指导】 $\complement_U M = U - M = \{1, 2\}$.

2. 【答案】A

【考情点拨】本题考查了三角函数的最小正周期的知识点.

【应试指导】函数 $y = \cos 4x$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

3. 【答案】B

【考情点拨】本题考查了简易逻辑的知识点.

【应试指导】易知 $b = 0 \Rightarrow y = kx + b$ 经过坐标原点, 而 $y = kx + b$ 经过坐标原点 $\Rightarrow b = 0$, 因此甲是乙的充要条件.

4. 【答案】C

【考情点拨】本题考查了两角和的三角函数的知识点.

【应试指导】 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2} \times 1} = 3$.

5. 【答案】C

【考情点拨】本题考查了函数的定义域的知识点.

【应试指导】当 $1 - x^2 \geq 0$ 时, 函数 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 有意义, 所以函数 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 的定义域为 $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$.

6. 【答案】D

【考情点拨】本题考查了指数函数与对数函数的知识点.

【应试指导】当 $0 < x < 1$ 时, $1 < 2^x < 2$, $\log_2 x < 0$, $\log_{\frac{1}{2}} x > 0$.

7.【答案】A

【考情点拨】本题考查了绝对值不等式的知识点.

【应试指导】 $|x + \frac{1}{2}| > \frac{1}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{2} > \frac{1}{2}$ 或 $x + \frac{1}{2} < -\frac{1}{2}$, 即 $x > 0$ 或 $x < -1$, 故绝对值不等式的解集为 $\{x \mid x > 0 \text{ 或 } x < -1\}$.

8.【答案】A

【考情点拨】本题考查了排列组合的知识点.

【应试指导】甲乙必须排在两端的排法有 $C_2^1 A_2^2 = 4$ 种.

9.【答案】B

【考情点拨】本题考查了向量的运算的知识点.

【应试指导】 $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b = \frac{1}{2}(1, 1) - \frac{3}{2}(1, -1) = (-1, 2)$

10.【答案】D

【考情点拨】本题考查了指数函数与对数函数运算的知识点.

【应试指导】 $\log_3^1 + 16^{\frac{1}{2}} + (-2)^0 = 0 + 4 + 1 = 5$.

11.【答案】C

【考情点拨】本题考查了两点间距离的知识点.

【应试指导】令 $y = x^2 - 4x - 5 = 0$, 解得 $x = -1$ 或 $x = 5$, 故 A, B 两点间的距离为 $|AB| = 6$.

12.【答案】A

【考情点拨】本题考查了函数的奇偶性的知识点.

【应试指导】对于 A 选项, $f(-x) = -\frac{2}{-x} = \frac{2}{x} = -f(x)$, 故 $f(x) = -\frac{2}{x}$ 是奇函数.

13.【答案】D

【考情点拨】本题考查了双曲线的知识点.

【应试指导】双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点在 x 轴上, 易知 $a^2 = 9, b^2 = 16$, 故 $c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25$, 因此焦点坐标为 $(-5, 0), (5, 0)$

14.【答案】C

【考情点拨】本题考查了直线的位置关系的知识点.

【应试指导】两直线平行斜率相等, 故有 $-m = -2$, 即 $m = 2$.

15.【答案】B

【考情点拨】本题考查了等比数列的知识点.

【应试指导】 $a_2 a_3 a_6 a_7 = a_2 a_7 \cdot a_3 a_6 = (a_4 a_5)^2 = 36$.

16. 【答案】D

【考情点拨】本题考查了函数的定义域的知识点.

【应试指导】 $f(1) = f(2 \times \frac{1}{2}) = 4 \times \frac{1}{2} + 1 = 3$.

17. 【答案】B

【考情点拨】本题考查了独立事件同时发生的概率的知识点.

【应试指导】甲乙都射中 10 环的概率 $P = 0.9 \times 0.5 = 0.45$.

二、填空题

18. 【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考情点拨】本题考查了椭圆的知识点.

【应试指导】由题可知, $a = 2, b = 1$, 故 $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$, 离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

19. 【答案】0

【考情点拨】本题考查了导数的知识点.

【应试指导】 $f'(x) = (x^2 - 2x + 1)' = 2x - 2$, 故 $f'(1) = 2 \times 1 - 2 = 0$.

20. 【答案】4

【考情点拨】本题考查了一元一次函数的知识点.

【应试指导】由题可知 $f(2) = 2 + b = 3$, 得 $b = 1$, 故 $f(3) = 3 + 6 = 3 + 1 = 4$.

21. 【答案】0.7

【考情点拨】本题考查了样本方差的知识点.

【应试指导】样本平均值 $\bar{x} = (110.8 + 109.4 + 111.2 + 109.5 + 109.1)/5 = 110$, 故样本方差 $S^2 = [(110.8 - 110)^2 + (109.4 - 110)^2 + (111.2 - 110)^2 + (109.5 - 110)^2 + (109.1 - 110)^2]/5 = 0.7$.

三、解答题

22. (1) 设公差为 d , 易知 $a_5 = a_3 + 2d$.

故 $a_5 = a_3 + 2d = a_3 - 1$,

因此有 $d = -\frac{1}{2}$

(2) 由前 n 项和公式可得

$$s_{20} = 20a_1 + \frac{20 \times (20 - 1)}{2} \times d$$

$$= 20 \times 2 + \frac{20 \times (20 - 1)}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -55.$$

23. (1) 由 $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 得 $C = 45^\circ$ 故 $A = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$, 因此 $\cos A = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

(2) 由正弦定理 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$,

故 $AB = \frac{BC \sin C}{\sin A}$

$$= \frac{3 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \sqrt{6}.$$

24. (1) $\odot M$ 可化为标准方 $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = (2\sqrt{2})^2$,

其圆心 M 点的坐标为 $(1, -1)$, 半径为 $r_1 = 2\sqrt{2}$,

$\odot O$ 的圆心为坐标原点, 可设其标准方程为 $x^2 + y^2 = r_2^2$,

$\odot O$ 过 M 点, 故有 $r_2 = \sqrt{2}$,

因此 $\odot O$ 的标准方程为 $x^2 + y^2 = 2$.

(2) 点 M 到直线的距离 $d_1 = \frac{|1 + 1 + 2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$, 点 O 到直线的距离 $d_2 = \frac{|0 + 0 + 2|}{\sqrt{2}}$

$= \sqrt{2}$, 故 $\odot M$ 和 $\odot O$ 的圆心到直线 $x - y + 2 = 0$ 的距离均等于其半径, 即直线 $x - y + 2 = 0$ 与 $\odot M$ 和 $\odot O$ 都相切.

25. $f'(x) = 6x^2 - 12$, 令 $f'(x) = 0$,

可得 $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$,

当 $x < -\sqrt{2}$ 或 $x > \sqrt{2}$ 时, $f'(x) > 0$;

当 $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ 时, $f'(x) < 0$;

故 $f(x)$ 的单调增区间是 $(-\infty, -\sqrt{2}]$, $(\sqrt{2}, +\infty)$.

单调减区间是 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$.

当 $x = -\sqrt{2}$ 时, 函数取得极大值 $f(-\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} + 1$;

当 $x = \sqrt{2}$ 时, 函数取得极小值 $f(\sqrt{2}) = -8\sqrt{2} + 1$.

2020年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题参考答案

一、选择题

1.D 2.D 3.D 4.C 5.B 6.A 7.D 8.C 9.D
10.A 11.B 12.D 13.D 14.D 15.A 16.B 17.B

二、填空题

18. -4 19. 0.432 20. 9 21. -2

三、解答题

22.(1)由正弦定理得

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C},$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C}, \text{解得 } \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

故 $C = 60^\circ$ 或 120° .

(2)由余弦定理得

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{3 + AC^2 - 1}{2\sqrt{3}AC} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

解得 $AC = 1$ 或 $AC = 2$.

当 $AC = 1$ 时,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

当 $AC = 2$ 时,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

23.(1) $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$.

故函数在 \mathbf{R} 上单调递增, 故其单调区间为 \mathbf{R} .

(2) 令 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{4}$, 则有

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 1 < 0, f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64} + \frac{3}{4} - 1 > 0,$$

又由于函数在 \mathbf{R} 上单调递增, 故其在 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 内存在零点,

且 $b - a = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} < 0.5$ (答案不唯一).

24.(1) 由题可知,

$$a_4 = a_2 + 2d = -2 + 2d = -1,$$

可得 $d = \frac{1}{2}$.

$$\text{故 } a_n = a_2 + (n-2)d = -2 + (n-2) \times \frac{1}{2} = \frac{n}{2} - 3.$$

(2) 由(1)可知 $a_1 = \frac{1}{2} \times 1 - 3 = -\frac{5}{2}$,

$$\text{故 } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n\left(-\frac{5}{2} + \frac{n}{2} - 3\right)}{2} = \frac{1}{4}n(n-11).$$

25.(1) 由题知 $2a = 8, 2c = 2\sqrt{7}$,

$$\text{故 } a = 4, c = \sqrt{7}, b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{16 - 7} = 3,$$

因此椭圆方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

(2) 设圆的方程为 $x^2 + y^2 = R^2$,

因为圆与椭圆的四个交点为一正方形的顶点, 设其在第一象限的交点为 A ,

则有 $OA = R$, A 点到 x 轴与 y 轴的距离相等,

可求得 A 点的坐标为 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}R, \frac{\sqrt{2}}{2}R\right)$,

而 A 点也在椭圆上, 故有 $\frac{R^2}{16} + \frac{R^2}{9} = 1$,

解得 $R = \frac{12\sqrt{2}}{5}$.

2021 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题参考答案

一、选择题

1.A 2.D 3.D 4.B 5.C 6.C 7.A 8.D 9.B 10.
A

11.B 12.D 13.C 14.C 15.B 16.C 17.B

二、填空题

18. $\{x \mid x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 0\}$ 19. $4x+1$ 20. $x+2y-5=0$ 21. 45

三、解答题

22. 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA = OB = r$.

在 $\triangle AOB$ 中, $\angle OAB = \angle ABO = 30^\circ$, 所以 $\angle AOB = 120^\circ$.

由余弦定理得 $r^2 + r^2 - 2r^2 \cos 120^\circ = (3\sqrt{3})^2$, 解得 $r = 3$.

所以 $\odot O$ 的半径为 3.

23. 设 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则 $d \neq 0$, 且

$$a_2 = a_1 + d, a_6 = a_1 + 5d, a_{12} = a_1 + 11d$$

$$\text{由题意解得 } \begin{cases} (a_1 + d) + (a_1 + 5d) + (a_1 + 11d) = 76, \\ (a_1 + 5d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 11d), \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a_1 = 14, \\ d = 2 \end{cases}$$

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 14 + 2(n-1) = 2n + 12$.

24. (I) $f'(x) = 6x^2 - 6x$.

(II) 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = 0$ 或 $x = 1$.

因为 $f(-2) = -26, f(0) = 2, f(1) = 1, f(2) = 6$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值为 6, 最小值为 -26.

25. (I) 将点 M 和 N 的坐标代入 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 得

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2} = 1, \\ \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1, \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} a^2 = 4, \\ b^2 = 1. \end{cases}$$

因此 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(II) C 的左焦点为 $(-\sqrt{3}, 0)$,

直线 MN 的方程为 $\sqrt{3}x - 2y - 2 = 0$,

所以 C 的左焦点到直线 MN 的距离

$$d = \frac{|\sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) - 2|}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$$

2022 年成人高等学校招生全国统一考试 数学(文科)试题参考答案

一、选择题

1.C 2.B 3.D 4.B 5.C 6.A 7.D 8.A 9.D 10.A
11.C 12.B 13.B 14.C 15.D 16.B 17.C

二、填空题

18. (5,4) 19.3 20.80 21. $\sin x + x \cos x$

三、解答题

22. 解: 因为 $A = 180^\circ - B - C = 30^\circ$, 所以 $AB = BC = 4$.

因此 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 120^\circ = 4\sqrt{3}$.

23. 由已知得 $\begin{cases} a+c=12. \\ a(c+1)=36. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a=4, \\ c=8. \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=9, \\ c=3. \end{cases}$

24. (I) C 的焦点为 $(0, \frac{1}{8})$, 准线为 $y = -\frac{1}{8}$.

由题意得 l 的方程为 $y = x + \frac{1}{8}$.

因此 l 与 C 的准线的交点坐标为 $(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{8})$.

(II) 由 $\begin{cases} y = x + \frac{1}{8}, \\ y = 2x^2, \end{cases}$ 得 $2x^2 - x - \frac{1}{8} = 0$.

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}, y_1 + y_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

因此 $|AB| = y_1 + y_2 + \frac{1}{4} = 1$.

25.(I) 因为 $f'(x) = 3x^2 - 4$, 所以 $f'(2) = 3 \times 2^2 - 4 = 8$.

(II) 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x_1 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $x_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

因为 $x_1 < -1$, $f(-1) = 3$, $f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{16\sqrt{3}}{9}$, $f(2) = 0$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-1, 2]$ 的最大值为 3, 最小值为 $-\frac{16\sqrt{3}}{9}$.